

*Большая переменная*



**Э.Н. Балаян**

**ГОТОВИМСЯ  
К ОЛИМПИАДАМ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

*5–6 классы*

Ростов-на-Дону



2010

[www.phoenixbooks.ru](http://www.phoenixbooks.ru)

УДК 373.167.1:51

ББК 22.1я721

КТК 444

Б20

**Балаян Э.Н.**

**Б20** Готовимся к олимпиадам по математике : 5–6 классы / Э.Н. Балаян. — Ростов н/Д: Феникс, 2010. — 180, [1] с. — (Большая перемена)

ISBN 978-5-222-17163-9

В предлагаемом пособии рассмотрены различные методы и приемы решения олимпиадных задач разного уровня трудности для учащихся 5–6 классов.

Задачи, представленные в книге, посвящены таким, уже ставшим классическими, темам, как делимость и остатки, признаки делимости, инварианты, решение уравнений в целых числах, принцип Дирихле, задачи на проценты, числовые ребусы и т. п.

Ко всем задачам даны ответы и указания, а к наиболее трудным — решения. Большинство задач авторские, отмечены значком (А).

В заключительной части книги приводятся занимательные задачи творческого характера, вызывающие повышенный интерес не только у школьников, но и у взрослых читателей.

Пособие адресовано ученикам 5–6 классов общеобразовательных школ, учителям математики для подготовки детей к олимпиадам различного уровня, студентам — будущим учителям математики, работникам центров дополнительного образования, а также всем любителям математики.

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-5-222-17163-9

ББК 22.1я721

© Балаян Э.Н., 2010

© Оформление, ООО «Феникс», 2010

*Посвящается моим любимым внукам — Артуру и Григорию.*

## Предисловие

Роль олимпиад с каждым годом становится все более значимым. И не случайно многие вузы стали проводить свои олимпиады для будущих абитуриентов, преследуя цель — привлечь школьников в данный вуз. Победителей, занявших призовые места, освобождали от сдачи экзаменов и зачисляли в вуз.

В связи с этим назрела необходимость в доступной форме ознакомить широкие массы школьников с характером и типом задач, предлагаемых на олимпиадах.

Обычно традиционные олимпиады проходят в пять туров: школьный, районный (городской), областной (республиканский, краевой), зональный (окружной) и всероссийский.

В книге представлены задачи разного уровня трудности, причем сделано это сознательно с тем, чтобы каждый участник мог что-то решить, ибо если задачи слишком трудны, то дети теряют интерес не только к олимпиаде, но и к изучению математики.

Как правило, олимпиадная задача — это задача повышенной трудности, нестандартная как

по формулировке, так и по методам решения. Среди предложенных задач встречаются как нетривиальные, для решения которых требуются необычные идеи и специальные методы, так и задачи более стандартные, которые могут быть решены оригинальным способом. К числу таких методов можно отнести: делимость и остатки, признаки делимости чисел, решение уравнений в целых числах, метод инвариантов, принцип Дирихле, задачи на проценты, логического характера и др.

Эти задачи способствуют резкой активизации мыслительной деятельности, умственной активности, дают возможность самостоятельно составлять подобные, а возможно, и более оригинальные задачи, что в итоге приводит со временем к творческим открытиям в различных областях математики.

Автор старался привести наиболее рациональные и изящные решения, доступные школьникам 5–6 классов. Разумеется, читатель может привести и другие, возможно, более изящные решения, за что автор будет весьма признателен.

Книга состоит из трех разделов. В первом разделе приводятся условия задач для 5–6 классов.

Задачи, отмеченные значком (А), — авторские, составлены на протяжении многих лет педагогической деятельности.

Во втором разделе книги приводятся ответы, краткие указания, а к наиболее трудным — решения. Автор настоятельно рекомендует обра-

щаться к решениям в случае, когда задача уже решена, или после неоднократных, но безуспешных попыток самостоятельно ее решить. Надо иметь в виду, что одна самостоятельно решенная задача принесет значительно больше пользы для развития ума, чем несколько других, прочитанных в книге. Только настойчивость, терпение и выдержка помогут вам преодолеть трудности, и вас непременно ожидает успех.

Третий раздел книги будет особенно интересен не только школьникам, но и взрослым читателям.

Он содержит занимательные задачи творческого характера, способствующие развитию мыслительных способностей учащихся, формирующие навыки самостоятельной работы и приемы умственной деятельности, такие как анализ, синтез, аналогия, обобщение, и, как следствие, повышающие их успеваемость.

Пособие предназначено прежде всего ученикам 5–6 классов для самостоятельной подготовки к участию в олимпиадах, учителям математики общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, студентам педвузов, а также всем любителям математики.

Раздел I

**УСЛОВИЯ ЗАДАЧ**

**5 класс**

**1(A).** Не производя указанных действий, установить, правильной или неправильной дробью является число  $\frac{1915 \cdot 2010 - 95}{1915 + 2010 \cdot 1914}$ .

**2(A).** Вычислить

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2010}.$$

**3(A).** Существуют ли такие натуральные числа  $m$  и  $n$ , что  $mn(m - n) = 2009$ ?

**4(A).** Вписать в квадрат цифры от 0 до 9 без повторений так, чтобы получились три верных примера на сложение. Найти все решения.

$$\square + \square = \square \quad \square$$

$$\square + \square = \square$$

$$\square + \square = \square$$

**5(А).** На сколько % увеличится объем прямоугольного параллелепипеда, если длину и ширину его увеличить на 10%, а высоту уменьшить на 10%?

**6(А).** Четыре утенка и пять гусят весят 4 кг 100 г, а пять утят и четыре гусенка весят 4 кг. Сколько весит 1 утенок?

**7(А).** В классе 17 пловцов, 6 борцов и 13 шахматистов. Известно, что каждый спортсмен занимается двумя видами спорта. Сколько в классе спортсменов?

**8(А).** Можно ли, имея лишь два сосуда емкостью 3 и 5 л, набрать из водопроводного крана 4 л воды?

**9(А).** У каждого марсианина по 3 руки. Могут ли 13 марсиан взяться за руки так, чтобы не оставалось свободных рук?

**10(А).** Гусеница ползет по стволу тополя. За первый час она поднялась на 10 см, за второй час опустилась на 4 см, за третий час вновь поднялась на 10 см, а за четвертый опустилась на 4 см. Так гусеница продолжала подниматься и опускаться в течение нескольких часов. На сколько гусеница поднимется за 11 часов?

**11(А).** Сергей идет от дома до школы 30 мин, а брат его Николай — 40 мин. Николай вышел из дома на 5 мин раньше Сергея. Через сколько минут Сергей догонит Николая?

**12(A).**  $x, y, k$  — три различные цифры. Если сложить все шесть трехзначных чисел, которые можно записать с их помощью, не повторяя одну и ту же цифру в числе дважды, то получим 5328. Найти эти цифры.

**13(A).** Найти такие пары натуральных чисел, сумма которых больше их произведения.

**14(A).** Восстановить зашифрованные цифры:

$$\begin{array}{r}
 \text{С И Н И Ц А} \\
 + \text{С И Н И Ц А} \\
 \hline
 \text{П Т И Ч К И}
 \end{array}$$

**15(A).** В числе 3 728 954 106 зачеркнуть три цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили бы наименьшее семизначное число.

**16(A).** Заполнить пустые клетки так, чтобы сумма чисел в трех любых соседних клетках как по вертикали, так и по горизонтали равнялась 13.

	5				
					1
6					
			3		

**17(A).** Какой цифрой оканчивается сумма  $94^6 + 76^6 + 51^6$ ?



**18(A).** Сколько в зоопарке зверей и сколько птиц, если у них вместе 6 000 ног и 2500 голов?

**19(A).** На какое наибольшее число частей можно разрезать круглый торт пятью прямолинейными разрезами?

**20(A).** Сравнить дроби  $\frac{1313}{9999}$  и  $\frac{131313}{999999}$ .

**21(A).** Найти все двузначные числа, которые уменьшаются в 13 раз при зачеркивании последней цифры.

**22(A).** Найти наименьшее натуральное число, которое кратно числам 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

**23(A).** Доказать, что если сумма четырех натуральных чисел — нечетное число, то их произведение — четное число.

**24(A).** Решить числовой ребус:

$$\begin{array}{r} \text{М У Х А} \\ + \text{М У Х А} \\ \hline \text{С Л О Н} \end{array}$$

Здесь все гласные буквы соответствуют цифрам одной четности, а согласные — другой.

**25(A).** Расставить в записи  $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$  скобки так, чтобы получился наименьший возможный результат.

**26(A).** За книгу заплатили 160 руб. и еще  $\frac{1}{3}$  ее стоимости. Сколько стоит книга?

**27(A).** Три яблока, четыре груши и один персик стоят 40 руб. Одно яблоко, четыре груши и персик стоят 32 руб. Сколько стоят одно яблоко, одна груша и персик, если персик стоит столько, сколько стоят два яблока?

**28(A).** В одном доме живут 23 ученика одной и той же школы. В этой школе 22 класса. Доказать, что хотя бы два ученика, живущих в этом доме, учатся в одном и том же классе.

**29(A).** Написать наименьшее трехзначное число, кратное 3, так, чтобы первая цифра его была 7 и все цифры были бы различны.

**30(A).** Какие две цифры нужно приписать к числу 2010 справа, чтобы получившееся шестизначное число делилось на 47?

**31(A).** Который сейчас час, если оставшаяся часть суток втрое больше прошедшей?

**32(A).** Сравнить дроби  $\frac{29}{37}$  и  $\frac{145}{187}$ .

**33(A).** Сыну 7 лет, а отцу 37. Через сколько лет отец будет втрое старше сына?

**34(A).** 4 землекопа за 4 часа выкопали 4 ямы. Сколько ям выкопают 8 землекопов за 6 часов?

Раздел II

**ОТВЕТЫ. УКАЗАНИЯ. РЕШЕНИЯ**

**5 класс**

1. *Решение.* 
$$\frac{1915 \cdot 2010 - 95}{1915 + 2010 \cdot 1914} =$$
$$= \frac{1914 \cdot 2010 + 2010 - 95}{1914 \cdot 2010 + 1915} = 1, \text{ т. е. дробь непра-}$$

вильная.

2. *Ответ:*  $\frac{2009}{2010}$ .

3. Не существуют, поскольку произведение трех множителей — нечетное число, то каждый из множителей должен быть нечетным, но если  $m$  и  $n$  — нечетны, то  $m - n$  — четно. Противоречие.

4. *Решение.*  $3 + 7 = 10$ ;  $2 + 6 = 8$ ;  $4 + 5 = 9$ , или  $4 + 6 = 10$ ;  $3 + 5 = 8$ ;  $2 + 7 = 9$ .

5. *Ответ:* на 8,9%.

6. *Решение.* Условие задачи коротко запишем так:

$$4y + 5г = 4100,$$

$$5y + 4г = 4000.$$

Вес 9 утят и 9 гусят будет равен  $4100 + 4000 = 8100$  (г), значит, вес 1 утенка и 1 гусенка равен  $8100 : 9 = 900$  (г), тогда вес 4 утят и 4 гусят будет  $900 \cdot 4 = 3600$  (г). Сравнение полученного результата со вторым условием показывает, что 1 утенок весит  $4000 - 3600 = 400$  (г).

**7. Решение.**  $17 + 6 + 13 = 36$ . По условию каждый спортсмен в этой сумме сосчитан дважды, значит, всего спортсменов  $36 : 2 = 18$ .

**8. Ответ:** можно.

**Указание.** Сначала нужно отлить 2 л в трехлитровый сосуд и т. д.

**9. Решение.** Нет. В каждом рукопожатии используют две руки, значит, общее число рук должно быть четным, но у 13 марсиан  $3 \cdot 13 = 39$  рук — число нечетное.

**10. Решение.** За каждые два часа гусеница поднимается на  $10 - 4 = 6$  см. Значит, за 10 ч она поднимется на  $6 \cdot 5 = 30$  см и за одиннадцатый час еще на 10 см. Всего за 11 часов гусеница поднимется на  $30 + 10 = 40$  см.

**11. Ответ:** через 15 мин.

**12. Решение.** Всякое трехзначное число можно записать в виде  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ , где  $a$  — цифра сотен,  $b$  — десятков,  $c$  — единиц. Согласно условию задачи имеем:

$$\overline{xyz} + \overline{xzy} + \overline{yxz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} + \overline{zyx} =$$

$$= 222(x + y + z) = 5328, \text{ откуда } x + y + z = 24.$$

Заметим, что существует единственная тройка различных однозначных чисел, сумма которых равна 24. Это числа 7, 8, 9.

**13. Указание.** Одно из чисел равно 1, а другое — произвольное натуральное число.

**14. Ответ:**  $342\ 457 + 342\ 457 = 684\ 914.$

**15. Ответ:** 2 854 106.

*Указание.* Удобно предварительно рассматривать случаи, когда зачеркивается одна или две цифры.

**16. Решение.**

3	5	5	3	5	5	3	5
4	8	1	4	8	1	4	8
6	0	7	6	0	7	6	0
3	5	5	3	5	5	3	5

Прежде всего заметим, что все числа как по вертикали, так и по горизонтали повторяются через две клетки, поскольку сумма трех чисел (по условию) равна 13.

**17. Ответ:** цифрой 3.

**18. Ответ:** 500 и 2000.

**19. Ответ:** на 16 частей.

**20. Ответ:** дроби равны.

*Указание.*  $131\ 313 = 13 \cdot 10\ 101;$

$1313 = 13 \cdot 101$  и т. д.

**21. Решение.**  $10a + b = 13a$ , где  $a$  — цифра десятков,  $b$  — единиц. Тогда  $b = 3a$ , откуда имеем 3 числа: 13; 26 и 39.

**22. Ответ:** 2520.

**23. Указание.** Нечетными могут быть одно или три, а произведение в этих случаях будет четным числом.

**24. Ответ:**  $2309 + 2309 = 4618$ .

**25. Решение.**  $(4 \cdot 12 + 18) : (6 + 3) = 7\frac{1}{3}$ .

**26. Ответ:** 240 руб.

**27. Ответ:** 4 руб., 5 руб., 8 руб.

**28. Решение.** Если бы в каждом классе учились по одному ученику, то учеников было бы 22, на самом же деле их 23.

**29. Ответ:** 702.

**30. Решение.** Припишем к данному числу 2010 два нуля. Получим 201 000. Если это число разделим на 47, то в частном получим 4276 и в остатке 28, т. е. имеем:  $201\ 000 = 47 \cdot 4276 + 28$ .

Чтобы искомое число разделилось на 47, необходимо прибавить еще  $47 - 28 = 19$ . А это значит, что последние цифры искомого числа будут равны 1 и 9.

**31. Ответ:** 6 ч.

**32. Решение.** Сравнить дроби  $\frac{29}{37} = \frac{29 \cdot 5}{37 \cdot 5} =$   
 $= \frac{145}{185} > \frac{145}{187}.$

**33. Решение.** Пусть отец будет втрое старше сына через  $x$  лет. Тогда получим уравнение  $3(7 + x) = 37 + x$ , откуда находим  $x = 8$ .

*Ответ:* через 8 лет.

**34. Решение.** За 1 ч 4 землекопа выкопают 1 яму, а 8 землекопов за 1 ч выкопают 2 ямы. Следовательно, за 6 часов эти же 8 землекопов выкопают  $2 \cdot 6 = 12$  ям.

*Ответ:* 12 ям.

**35. Решение.** В сутках 24 часа, тогда  $80 \text{ ч} = 3 \cdot 24 \text{ ч} + 8 \text{ ч} = 3 \text{ суток} + 8 \text{ ч}$ . Значит яхта вернется в пятницу в 20.00 ч.

**36. Ответ:** уменьшится на 16%.

**37. Ответ:** может.

1)  $12 \cdot 3 + 16 \cdot 4 = 100;$

2)  $12 \cdot 7 + 16 \cdot 1 = 100;$

3)  $18 \cdot 2 + 16 \cdot 4 = 100.$

**38. Решение.**

1)  $8 - 7 = 1;$        $3 + 6 = 9;$        $20 : 4 = 5.$

2)  $8 - 1 = 7;$        $6 + 3 = 9;$        $5 \cdot 4 = 20.$

3)  $1 + 7 = 8;$        $9 - 3 = 6;$        $20 : 5 = 4, \text{ и т. д.}$

---

## Раздел III

# УДИВИТЕЛЬНЫЕ РАВЕНСТВА

---

### 1. Число 12 345 679.

Если умножить это число на число, кратное 9, то получим число с одинаковыми цифрами:

$$12\ 345\ 679 \cdot 9 = 111\ 111\ 111,$$

$$12\ 345\ 679 \cdot 18 = 222\ 222\ 222,$$

$$12\ 345\ 679 \cdot 27 = 333\ 333\ 333,$$

$$12\ 345\ 679 \cdot 81 = 999\ 999\ 999.$$

### 2. Игра с цифрами.

$123 - 45 - 67 + 89 = 100$  (минимальное число знаков 3).

$98 - 76 + 54 + 3 + 21 = 100$  (минимальное число знаков 4).

### 3. Арифметический курьез: $2^5 \cdot 9^2 = 2592$ .

### 4. Число 100:

$$91 + \frac{5823}{647} = 100; \quad 94 + \frac{1578}{263} = 100;$$

$$96 + \frac{1428}{357} = 100.$$

Во всех случаях употреблены все натуральные числа от 1 до 9 включительно. Существуют и другие равенства.



**5.** Сумма равна произведению:

$$2 + 2 = 2 \cdot 2; 3 + 1,5 = 3 \cdot 1,5; 11 + 1,1 = 11 \cdot 1,1;$$

$$21 + 1 \frac{1}{20} = 21 \cdot 1 \frac{1}{20}, \text{ и т. д.}$$

**6.** Разность равна произведению:

$$1 - 0,5 = 1 \cdot 0,5; 6 - \frac{6}{7} = 6 \cdot \frac{6}{7};$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}, \text{ и т. д.}$$

**7.** Интересное произведение:

$6 \cdot 21 = 126$  — произведение записано цифрами сомножителей, но в обратном порядке.

Аналогично  $3 \cdot 51 = 153$ .

Существуют ли аналогичные произведения?

**8.** Интересное сокращение дроби  $\frac{2\cancel{6}}{\cancel{6}5} = \frac{2}{5}$ .

Равенство верное, хотя так сокращать нельзя.

$$\text{Аналогично: } \frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4}; \frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5} = \frac{1}{5}.$$

Можно ли подобрать еще такую правильную дробь?

**9.** Разные действия, один результат:

$$2 + 2 = 2 \cdot 2,$$

$$1 + 2 + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3,$$

$$1 + 1 + 2 + 4 = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4,$$

$$1 + 1 + 1 + 2 + 5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5,$$

$$1 + 1 + 1 + 3 + 3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3,$$

$1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  и т. д., можно составить группы из 6 или 7 и т. д. чисел.

**10.** Сумма двух дробей равна 1:

$$0,5 + \frac{1}{2} \cdot (9 - 8) \cdot (7 - 6) \cdot (4 - 3) = 1.$$

Аналогично:  $\frac{35}{70} + \frac{148}{296} = 1.$

Во всех случаях употреблены все цифры от 0 до 9 (по одному разу). Можно ли составить аналогичные равенства?

**11.** Все цифры различные:

$$1738 \cdot 4 = 6952; 483 \cdot 12 = 5796;$$

$$1963 \cdot 4 = 7852; 297 \cdot 18 = 5346;$$

$$198 \cdot 27 = 5346; 157 \cdot 28 = 4396;$$

$$138 \cdot 42 = 5796; 186 \cdot 39 = 7254.$$

**12.**  $9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99.$

Составить аналогичное равенство из этих же чисел в том же порядке, используя лишь знаки сложения.

**13.** Равные дроби:  $\frac{41}{77} = \frac{4141}{7777} = \frac{414141}{777777}.$

**14.** Сумма смешанных дробей равна 100.

Например:  $78\frac{3}{6} + 21\frac{45}{90} = 100,$

или  $50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100.$

Здесь также каждая цифра употреблена 1 раз. Возможны другие решения.

**15.** Сумма и произведение чисел каждой пары отличаются только расположением цифр:

$$\begin{array}{lll}
 9 + 9 = 18; & 24 + 3 = 27; & 47 + 2 = 49; \\
 9 \cdot 9 = 81; & 24 \cdot 3 = 72; & 47 \cdot 2 = 94; \\
 263 + 2 = 265; & 497 + 2 = 499; & \\
 263 \cdot 2 = 526; & 497 \cdot 2 = 994. & 
 \end{array}$$

**16.** Особое число:

$$13\ 452 \text{ — искомое число; } 13 \cdot 4 = 52.$$

Таким же свойством обладает число 947 658, так как  $94 \cdot 7 = 658$ .

**17.** Новые суммы и произведения:

$$\begin{array}{ll}
 49997 + 2 = 4999; & 49\ 997 + 2 = 49\ 999; \\
 49997 \cdot 2 = 9994; & 49\ 997 \cdot 2 = 99\ 994; \\
 2963 + 2 = 2965; & 29\ 963 + 2 = 29\ 965; \\
 2963 \cdot 2 = 5926; & 29\ 963 \cdot 2 = 59\ 926;
 \end{array}$$

**18.** Удивительное равенство:

$$\begin{aligned}
 & 989\ 010\ 989 \cdot \underline{123\ 456\ 789} = \\
 & = 122\ 100\ 120\ \underline{987\ 654\ 321}.
 \end{aligned}$$

**19.** Используя три из четырех арифметических действий:

$$7 + 1 = 8; \quad 9 - 6 = 3; \quad 4 \cdot 5 = 20.$$

Использованы все 10 цифр.

**20.** Произведение двузначных чисел не изменится, если в каждом из сомножителей переставить цифры:

$$\begin{array}{ll}
 12 \cdot 42 = 21 \cdot 24; & 24 \cdot 63 = 42 \cdot 36; \\
 12 \cdot 63 = 21 \cdot 36; & 24 \cdot 84 = 42 \cdot 48; \\
 12 \cdot 84 = 21 \cdot 48; & 26 \cdot 93 = 62 \cdot 39; \\
 13 \cdot 62 = 31 \cdot 26; & 36 \cdot 84 = 63 \cdot 48; \\
 23 \cdot 96 = 32 \cdot 69; & 46 \cdot 96 = 64 \cdot 69.
 \end{array}$$

Аналогичным свойством обладают еще 4 пары чисел. Найдите их.

**21.** Для трехзначных чисел:

$$102 \cdot 402 = 201 \cdot 204; \quad 102 \cdot 603 = 201 \cdot 306;$$

$$112 \cdot 422 = 211 \cdot 244; \quad 112 \cdot 633 = 211 \cdot 336;$$

$$122 \cdot 442 = 221 \cdot 244; \quad 122 \cdot 633 = 221 \cdot 366;$$

$$132 \cdot 462 = 231 \cdot 264; \quad 132 \cdot 693 = 231 \cdot 396;$$

$$142 \cdot 482 = 241 \cdot 284; \quad 103 \cdot 602 = 301 \cdot 206.$$

Таких равенств всего 60. Интересно найти общее решение.

**22.** Равенство вида  $\overline{ab} + \overline{ba} = \overline{cd} + \overline{dc}$ :

$$32 + 23 = 14 + 41; \quad 52 + 25 = 16 + 61;$$

$$42 + 24 = 15 + 51; \quad 43 + 34 = 52 + 25 = 16 + 61;$$

$$52 + 25 = 34 + 43; \quad 19 + 91 = 28 + 82 = \\ = 37 + 73 = 46 + 64.$$

Остальные равенства найдите самостоятельно.

**23.** Двухзначные числа, оканчивающиеся на 9:

$$19 = 1 \cdot 9 + 1 + 9; \quad 39 = 3 \cdot 9 + 3 + 9;$$

$$29 = 2 \cdot 9 + 2 + 9; \quad 49 = 4 \cdot 9 + 4 + 9, \text{ и т. д.}$$

Аналогично для многозначных чисел:

$$849 = 84 \cdot 9 + 84 + 9;$$

$$13\,759 = 1375 \cdot 9 + 1375 + 9;$$

$$1\,111\,119 = 111\,111 \cdot 9 + 111\,111 + 9;$$

$$131\,313\,139 = 13\,131\,313 \cdot 9 + 13\,131\,313 + 9,$$

и т. д.

Обобщить на случай многозначных чисел.

**24.** Числа вида  $\overline{abb} \cdot \overline{ccd} = \overline{bba} \cdot \overline{dcc}$ :

$$112 \cdot 422 = 211 \cdot 224; \quad 223 \cdot 966 = 322 \cdot 669;$$

$$122 \cdot 442 = 221 \cdot 244; \quad 233 \cdot 996 = 332 \cdot 699;$$

## Литература

1. *Балаян Э.Н.* 1001 олимпиадная и занимательные задачи по математике. — 3-е изд. — Ростов н/Д: Феникс, 2008.
2. *Балаян Э.Н.* Готовимся к олимпиадам по математике. 5–11 классы. — Ростов н/Д: Феникс, 2009.
3. *Балаян Э.Н.* 555 олимпиадных и занимательных задач по математике. 5–11 классы. — Ростов н/Д: Феникс, 2009.
4. *Бартенев Ф.А.* Нестандартные задачи по алгебре. — М.: Просвещение, 1976.
5. *Дьюдени Г.Э.* 520 головоломок. — М.: Просвещение, 1983.
6. *Коваль С.* Математическая смесь. — Варшава, 1972.
7. *Лоповок Л.М.* 1000 проблемных задач по математике. — М.: Просвещение, 1995.
8. *Мазаник А.А.* Реши сам. Ч. III. — Минск: Народная Асвета, 1972.
9. *Малаховский В.С.* Числа знакомые и незнакомые. — Калининград: ФГУИПП «Янтарный сказ», 2005.
10. *Минаева С.С.* Вычисления на уроках и внеклассных занятиях по математике. — М.: Просвещение, 1983.

**11. Сивашинский И.Х.** Неравенства в задачах. — М.: Наука, 1967.

**12. Тригг У.** Задачи с изюминкой. — М.: Мир, 1975.

## Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>Раздел I. Условия задач.....</b>	<b>6</b>
5 класс.....	6
<i>Признаки делимости чисел, задачи на проценты, доказательство, сравнение, разрезание, текстовые задачи, принцип Дирихле, числовые ребусы, логические задачи, начальные сведения по геометрии</i>	
6 класс.....	45
<i>Задачи по нахождению НОД и НОК, действия с дробями, решение уравнений с модулем, вычислительные задачи, задачи на проценты, переливание, разрезание и перекраивание фигур, инварианты, принцип Дирихле, логические задачи</i>	
<b>Раздел II. Ответы. Указания. Решения .....</b>	<b>85</b>
5 класс.....	85
6 класс.....	123
<b>Раздел III. Удивительные равенства .....</b>	<b>164</b>
<b>Литература .....</b>	<b>179</b>

*Большая перемена*

---

**Балаян Эдуард Николаевич**

**ГОТОВИМСЯ  
К ОЛИМПИАДАМ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

*5–6 классы*

Ответственный редактор *С. Осташов*

Технический редактор *Л. Багрянцева*

Обложка *А. Вартаков*

Компьютерная верстка *В. Микизиль*

Корректоры *Т. Краснолуцкая, Н. Пустовойтова*

Сдано в набор 25.12.2009. Подписано в печать 25.05.2010.

Формат 84 × 108 1/32. Бумага тип № 2.

Гарнитура SchoolBook. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 10,08. Тираж 2500 экз.

Заказ №

ООО «Феникс»

344082, г. Ростов-на-Дону, пер. Халтуринский, 80.

Отпечатано с готовых диапозитивов в ЗАО «Книга»

344019, г. Ростов-на-Дону, ул. Советская, 57.

[www.phoenixbooks.ru](http://www.phoenixbooks.ru)